機械・航空宇宙工学科

制御工学第2及び演習
（旧 制御工学第２）
第5回：システムの可観測性

航空宇宙工学専攻

椿野 大輔

(tsubakino [at] nuae.nagoya-u.ac.jp)

[at] → @ へ

ランクから保証されること

- **よく使用する性質**　　以下 $M \in \mathbb{R}^{n\times m}$ とする
  - まず $n \leq m$（正方もしくは横長）であるとする.

    （注意：このとき M が取り得る最大のランクは n）

    - $\mathrm{Im}\, M = \mathbb{R}^n \iff \mathrm{rank}\, M = n$
    - $\mathrm{rank}\, M < n \iff \exists v \in \mathbb{R}^n$ s.t. $v \neq 0,\ v^\top M = 0$

    $\because$ 1次独立性の定義を考えれば容易に導ける.
  - 逆に $m \leq n$（正方もしくは縦長）の場合は
    - $\mathrm{Ker}\, M = \{0\} \iff \mathrm{rank}\, M = m$
    - $\mathrm{rank}\, M < m \iff \exists v \in \mathbb{R}^m$ s.t. $v \neq 0,\ Mv = 0$
  - 正方行列の場合 ($m = n,\ M \in \mathbb{R}^{n\times n}$)
    - $\det M = 0 \iff \mathrm{rank}\, M < n$

v の位置に注意！

システムの可観測性

システム

- 状態方程式

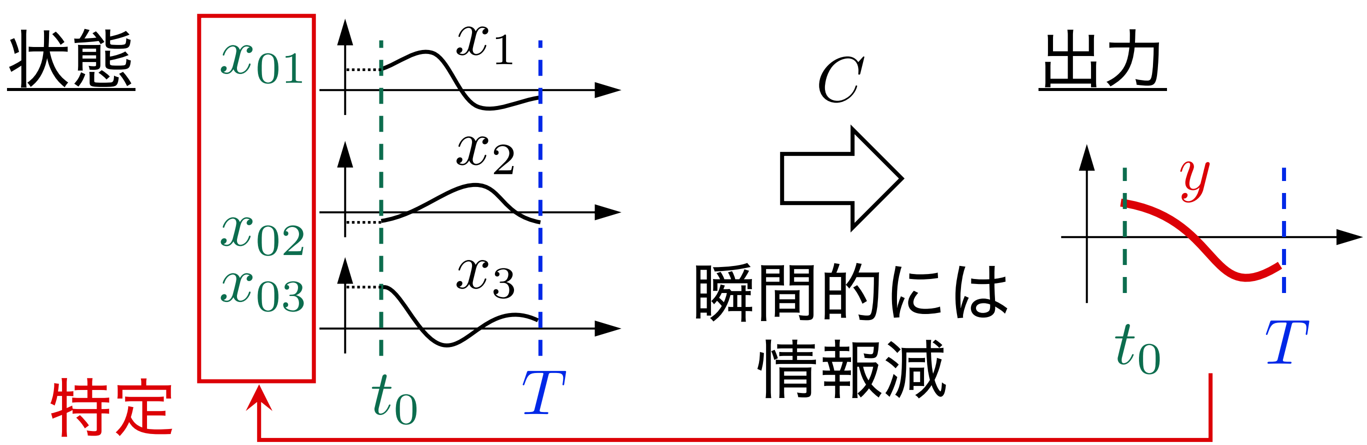
$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(t_0) = x_0 \qquad x(t) \in \mathbb{R}^n,\ u(t) \in \mathbb{R}^m$$

$$y = Cx \qquad y(t) \in \mathbb{R}^r$$

通常のシステムでは $r < n$

[定義] 可観測性 (Observability)

- 任意の初期時刻 t_0 と初期値 x_0 に対しても，ある有限な時刻 $T > t_0$ までの零入力 $u(t) = 0,\ t_0 \le t \le T$ のもとでの出力値 $y(t),\ t_0 \le t \le T$ のみから初期値 x_0 を一意に決定できることをいう．



もう少し補足

出力から状態を復元

- 何が難しいか？
  - もし $r = n$ であれば C は正方行列

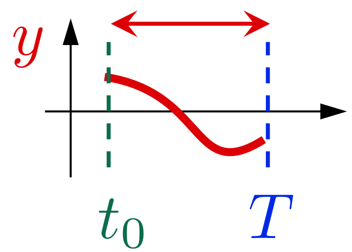
$$\det C \neq 0 \implies x(t_0) = C^{-1} y(t_0)$$

  - 一般には $r < n$ （出力数 < 状態変数の数 ）

$$x(t_0) \cancel{= C^{-1} y(t_0)}$$

C は正方行列ではないため
逆行列は存在しない！

出力の瞬間的な値のみに注目しているだけでは,
初期値を知ることはできない.



時刻 t_0 から T まで**「幅」**をもって
出力が得られることを利用する.
＝ **出力の変化**も利用する