

機械・航空宇宙工学科

**制御工学第2及び演習
(旧 制御工学第2)
第9回：システムの安定性**

航空宇宙工学専攻

椿野 大輔

(tsubakino [at] nuae.nagoya-u.ac.jp)

[at] → @ へ

漸近安定性の必要十分条件

□ 行列の指数関数 e^{At} の中身 $i = \sqrt{-1}$

- 行列 A の固有値を $\lambda_i = \sigma_i + i\omega_i \in \mathbb{C}$, $\sigma_i, \omega_i \in \mathbb{R}$ としたときの、以下のものの足し合わせ

$$t^k e^{\lambda_i t} = t^k e^{\sigma_i t} (\cos(\omega_i t) + i \sin(\omega_i t))$$

↑
重複固有値
の場合

↑
振動するのみ
発散 or 収束を決める

□ 【定理】

- システム $\dot{x} = Ax$ が漸近安定であるための必要十分条件は

A の固有値の実部が全て負となることである。

2次のシステムの例 (1)

□ 2次のシステム (前回の課題)

■ システム

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$$

固有値： $\lambda = -1 \pm 2i$
漸近安定

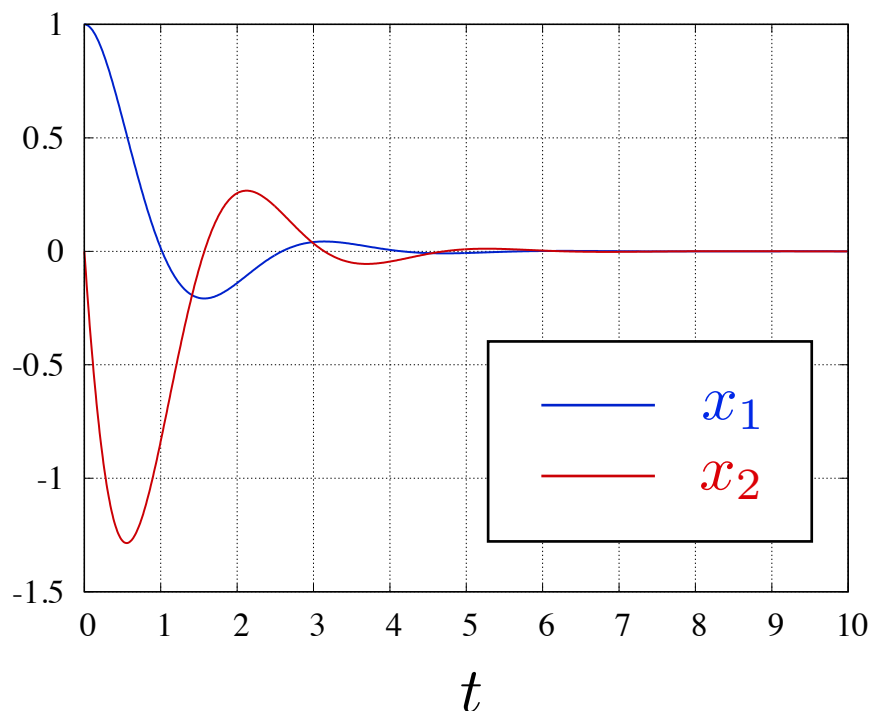
■ 初期値

$$x_1(0) = 1$$

$$x_2(0) = 0$$

に対する挙動

複素固有値の場合は
振動的な挙動



非線形システムの安定性 (2)

□ 非線形システム (平衡点基準)

■ 状態方程式

$$\dot{x} = f(x), \quad x(0) = x_0 \quad x(t) \in \mathbb{R}^n$$

$$f(0) = 0$$

□ 【定義】

■ システムの平衡点 $x = 0$ が

■ Lyapunov (リアプノフ) の意味で安定 or (単に) 安定

$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ s.t.}$$

$$\|x_0\| < \delta \implies \|x(t)\| < \epsilon \quad \forall t \geq 0$$

■ 漸近安定

$$\stackrel{\text{def}}{\iff} \text{Lyapunov の意味で安定かつ}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$$

安定ではない時：不安定