

機械・航空宇宙工学科

**制御工学第2及び演習
(旧 制御工学第2)
第10回：状態フィードバック制御**

航空宇宙工学専攻

椿野 大輔

(tsubakino [at] nuae.nagoya-u.ac.jp)

[at] → @ へ

状態フィードバックによる安定化 (2)

□ システム

- 状態方程式・定めた入力

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0 \quad x(t) \in \mathbb{R}^n, \quad u(t) \in \mathbb{R}^m$$

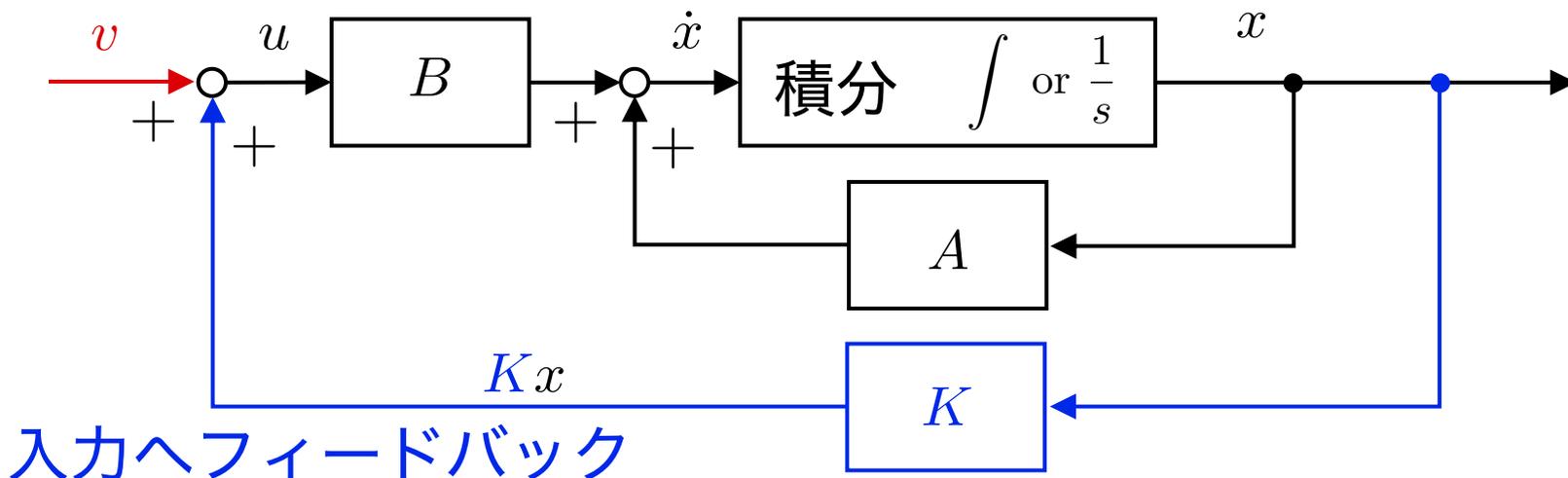
$$u = Kx + v$$

- 閉ループ系

$$\dot{x} = Ax + B(Kx + v)$$

$$= (A + BK)x + Bv$$

$A + BK$ の固有値により
収束性が決まる ←



証明：必要性

□ 必要性（任意の極配置が可能 \Rightarrow 可制御）

- 対偶を示す. 可制御ではないと仮定.
- PBH テストより

$$\exists \lambda \in \mathbb{C} \text{ s.t. } \text{rank} \begin{bmatrix} \lambda I_n - A & B \end{bmatrix} < n$$

$$\implies \exists v \in \mathbb{C}^n \text{ s.t. } v \neq 0, v^\top \begin{bmatrix} \lambda I_n - A & B \end{bmatrix} = 0$$

$$\therefore v^\top A = \lambda v^\top, v^\top B = 0$$

- この v^\top を $A + BK$ の左からかければ

$$\begin{aligned} v^\top (A + BK) &= v^\top A + v^\top BK \\ &= \lambda v^\top + \underbrace{v^\top B}_{0} K \end{aligned}$$

K に関係なく $A + BK$ は A と共通の固有値 λ を持つ.

\Rightarrow 任意の極配置が不可能

極配置の例：マルチロータ機の平面運動（3）

□ 設計例 1

■ ゲイン

$$k_1 = 4, \quad k_2 = 10$$

$$k_3 = 2, \quad k_4 = 3$$

$$k_5 = 10, \quad k_6 = 5$$

■ 固有値

$$-1, -2, -2 \pm i$$

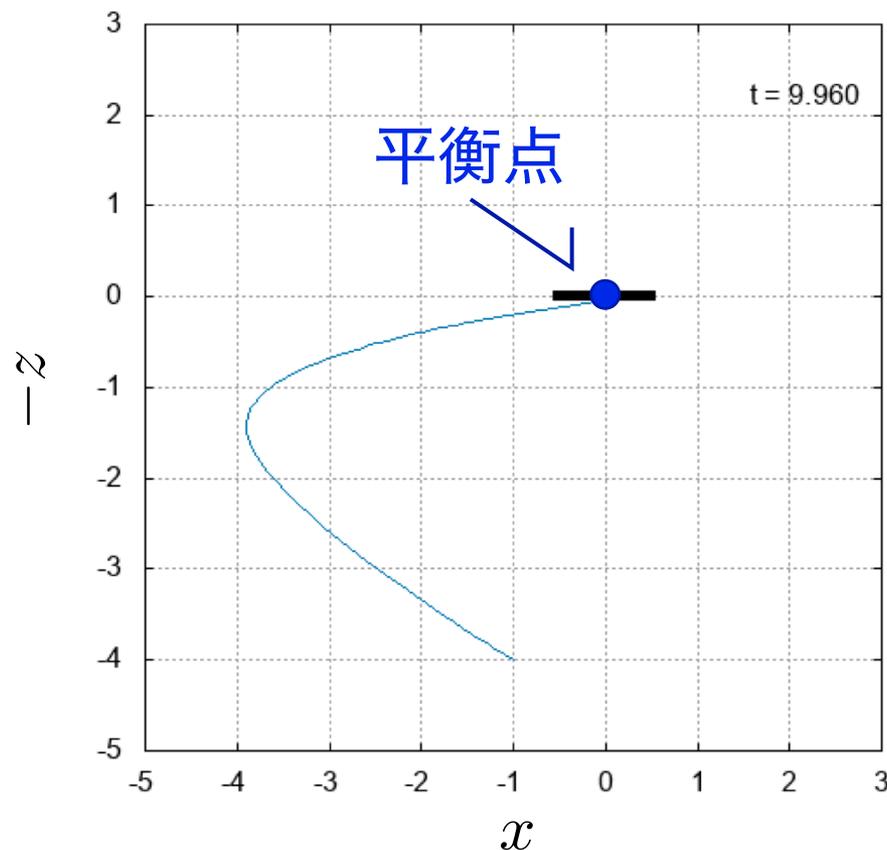
(2重)

■ 初期値

$$\xi_1(0) = -1.0, \quad \xi_2(0) = 0.0$$

$$\xi_3(0) = 4.0, \quad \xi_4(0) = 0.0$$

$$\xi_5(0) = 0.5, \quad \xi_6(0) = 0.0$$



状態フィードバックにより
平衡点へ戻す力が発生