機械・航空宇宙工学科

制御工学第2及び演習
（旧 制御工学第２）
第11回：オブザーバによる状態推定

航空宇宙工学専攻

椿野 大輔

(tsubakino [at] nuae.nagoya-u.ac.jp)

[at] → @ へ

観測出力を用いた推定値の更新（2）

□ システムのモデルと状態推定式

■ 状態空間表現

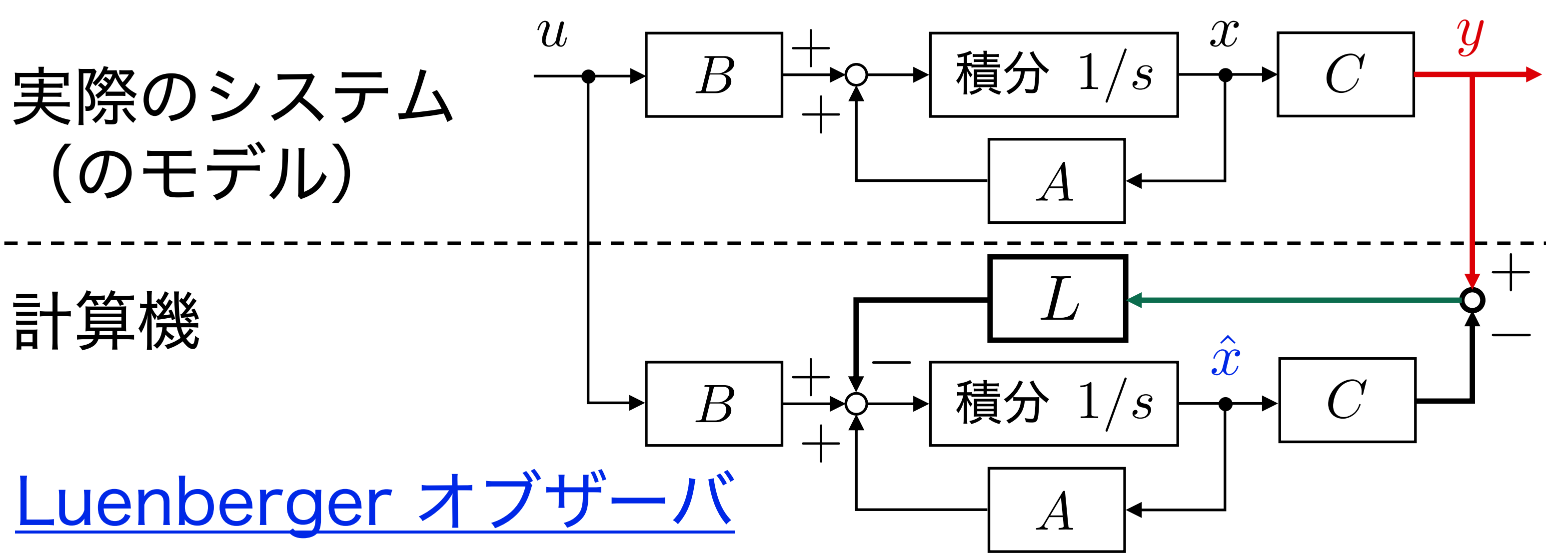
$$\dot{x} = Ax + Bu,\ x(0) = x_0 \qquad x(t) \in \mathbb{R}^n,\ u(t) \in \mathbb{R}^m$$

$$y = Cx \qquad y(t) \in \mathbb{R}^r$$

■ 推定式

$$\underbrace{\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu}_{\text{モデルを模擬}} \underbrace{- L(y - C\hat{x})}_{\text{出力誤差のフィードバック}}$$

$L \in \mathbb{R}^{n \times r}$ ：オブザーバゲイン



Luenberger オブザーバ

安定性と分離定理（1）

閉ループ系

$$\dot{x} = Ax + Bu = Ax + BK\hat{x}$$

$$\dot{\hat{x}} = (A + BK + LC)\hat{x} - Ly = -LCx + (A + BK + LC)\hat{x}$$

⇒ まとめると

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BK \\ -LC & A + BK + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

この行列の全ての固有値の実部が負であってほしい

安定性

逆行列

$$\begin{bmatrix} I_n & -I_n \\ 0 & I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & BK \\ -LC & A + BK + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n & I_n \\ 0 & I_n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A + LC & -(A + LC) \\ -LC & A + BK + LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n & I_n \\ 0 & I_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + LC & 0 \\ -LC & A + BK \end{bmatrix}$$

第１１回のまとめ

オブザーバによる状態推定

- 状態方程式

$$\dot{x} = Ax + Bu,\ x(0) = x_0 \qquad x(t) \in \mathbb{R}^n,\ u(t) \in \mathbb{R}^m$$

$$y = Cx \qquad y(t) \in \mathbb{R}^r$$

- Luenberger オブザーバ

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu - L(y - C\hat{x})$$

  - 推定誤差は $\dot{\tilde{x}} = (A + LC)\tilde{x}$ を満たす.
  - (A, C) 可観測であれば L により $A + LC$ の固有値を任意に配置できる.

状態フィードバックとオブザーバを併合した制御器

$$\left.\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A + BK + LC)\hat{x} - Ly \\ u &= K\hat{x} \end{aligned}\right\}$$

L と K は別々に設計可

分離定理